SOLUZIONI MATEMATE LUGLIO

GIONA MICOSSI (LASKER)

0.1. **Problema 4.** L'aquila ha sempre una strategia vincente, qualsiasi sia la scelta (n_0, s) della rana, la mia prova ricalca una famosa dimostrazione del fatto che $\mathbb{Q}$ è numerabile.

Identifico il numero razionale $\frac{a}{b}$ con la coppia ordinata $(a, b) \in \mathbb{N}^2$ che denota una possibile scelta rispettivamente di n_0 e s per la rana. L'aquila conosce il giorno k e dunque, per essere sicura di riuscire (prima o poi) a prendere la sventurata rana, basta che riesca a trovare un algoritmo che le permetta di planare sul naturale $a+bk$ per ogni coppia possibile a, b. Questo si può fare con una nota costruzione:

$$\begin{array}{ccccccccc}
\frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & ... \\
\frac{2}{1} & \frac{2}{2} & \frac{2}{3} & \frac{2}{4} & \frac{2}{5} & \frac{2}{6} & \frac{2}{7} & \frac{2}{8} & ... \\
\frac{3}{1} & \frac{3}{2} & \frac{3}{3} & \frac{3}{4} & \frac{3}{5} & \frac{3}{6} & \frac{3}{7} & \frac{3}{8} & ... \\
\frac{4}{1} & \frac{4}{2} & \frac{4}{3} & \frac{4}{4} & \frac{4}{5} & \frac{4}{6} & \frac{4}{7} & \frac{4}{8} & ... \\
... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ...
\end{array}$$

Procedendo "in diagonale", ovvero seguendo la sequenza $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, ...$ l'aquila riesce nel suo scopo, coprendo ogni possibile scelta di a, b planando sul numero $a+bk$ corrispondente, e dunque per la rana non c'è possibilità di salvezza.